

PROFº: FÁBIO ARAÚJO

NIVELAMENTO - VETORES

GRANDEZAS VETORIAIS E GRANDEZAS ESCALARES:

A Física lida com um amplo conjunto de grandezas.

Dentro dessa gama enorme de grandezas existem algumas, cuja caracterização completa requer tão somente um número seguido de uma unidade de medida. Tais grandezas são chamadas grandezas escalares. Exemplos dessas grandezas são a **massa** e a **temperatura**.



Uma vez especificado que a massa é 1kg ou a temperatura é 32°C, não precisamos de mais nada para caracterizá-las.

Outras grandezas há que requerem três atributos para a sua completa especificação como, por exemplo, a posição de um objeto. Não basta dizer que o objeto está a 200 metros. Se você disser que está a 200 metros existem muitas possíveis localizações desse objeto (para cima, para baixo, para os lados, por exemplo). Dizer que um objeto está a 200 metros é necessário, porém não é suficiente. A distância (200 metros) é o que denominamos, em Física, **módulo** da grandeza. Para localizar o objeto, é preciso especificar também a **direção** e o **sentido** em que ele se encontra. Isto é, para encontrar alguém a 200 metros, precisamos abrir os dois braços indicando a direção e depois fechar um deles especificando o sentido. Na vida cotidiana, fazemos os dois passos ao mesmo tempo, economizando ao abrir os dois braços.



módulo, a direção e o sentido.

Direção: é aquilo que existe de comum num feixe de retas paralelas.

Sentido: podemos percorrer uma direção em dois sentidos. Portanto, para cada direção existem dois sentidos.

Além da posição, a velocidade, a aceleração e a força são, por exemplo, grandezas vetoriais relevantes na Mecânica.

VETORES:

Lidar com grandezas escalares é muito fácil. Fazer adição de duas grandezas escalares é simples. Por exemplo, 3kg acrescidos de 2kg dá 5kg.

Trabalhar com grandezas vetoriais já não é tão simples. Considere o caso da adição de duas grandezas vetoriais. Como é possível adicionar grandezas que, além dos respectivos módulos, têm direções e sentidos diferentes? Ou ainda efetuar subtrações e multiplicações de grandezas vetoriais?

Somar grandezas vetoriais, bem como realizar as demais operações, é fundamental em Física. Se aplicarmos duas forças a um corpo, qual será o resultado da adição dessas duas forças? Certamente, não podemos simplesmente somar os módulos.

A melhor forma de se lidar com grandezas vetoriais é introduzir um ente conhecido como **vetor**. O vetor representa,

para efeito de se determinar o módulo, a direção e o sentido, da grandeza física.

Utilizando-se a representação através de vetores poderemos definir a soma, a subtração e as multiplicações de grandezas vetoriais.

Ao longo do texto vamos estabelecer a distinção entre grandezas vetoriais e escalares, colocando uma flechinha sobre as primeiras:

\vec{a} = vetor aceleração ,

\vec{v} = vetor velocidade ,

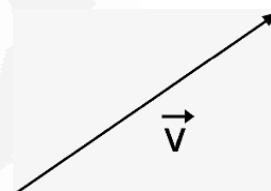
\vec{r} = vetor posição ,

\vec{F} = vetor força .

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DOS VETORES:

Um vetor \vec{v} é representado graficamente através de um segmento orientado (uma flecha). A vantagem dessa representação é que ela permite especificar a **direção** (e esta é dada pela reta que contém a flecha) e o **sentido** (especificado pela farpa da flecha). Além disso, o

seu módulo (indicado com v ou $|\vec{v}|$) será especificado pelo "tamanho" da flecha, a partir de alguma convenção para a escala.



OPERAÇÃO COM VETORES:

A representação gráfica apresentada acima permite-nos executar uma série de operações com vetores (soma, subtração etc.). Podemos agora dizer, por exemplo, quando dois vetores são iguais. Eles são chamados de idênticos se tiverem o mesmo módulo, a mesma direção e o mesmo sentido.

A seguir, vão as definições das operações.

Multiplicação de um vetor por um escalar.

Podemos multiplicar um vetor \vec{a} por um escalar n (número real), obtendo um novo vetor \vec{p} .

$$\vec{p} = n \cdot \vec{a}$$

Esse novo vetor \vec{p} tem as seguintes características:

– **direção:** a mesma da \vec{a} (paralelo a \vec{a})

– **sentido:** $\begin{cases} \text{o mesmo de } \vec{a} \text{ se } n > 0 \\ \text{contrário ao de } \vec{a} \text{ se } n < 0 \end{cases}$

– **módulo:** $p = |n| \cdot a$

2. Adição de Vetores

Para a adição de vetores vamos, inicialmente, definir vetor resultante:

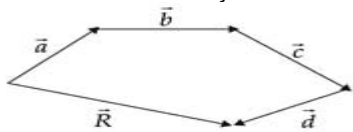
Vetor resultante ou vetor soma, de dois ou mais vetores, é o vetor único que produz o mesmo efeito que os vetores somados.

Para a determinação do vetor resultante, ou seja, para efetuarmos a adição vetorial de dois ou mais vetores, podemos utilizar três métodos, denominados:

- regra do polígono
- regra do paralelogramo
- regra dos componentes vetoriais

Regra do Polígono:

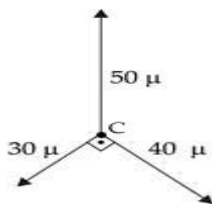
Para efetuarmos a adição de vetores pela regra do polígono, escolhemos, arbitrariamente, um dos vetores como ponto de partida e traçamos os vetores seguintes, colocando a origem do 2º vetor coincidindo com a extremidade do 1º e, assim, sucessivamente, até traçarmos todos os vetores. O vetor soma (\vec{S}) ou resultante (\vec{R}) é determinado pela origem do 1º vetor e pela extremidade do último vetor traçado.



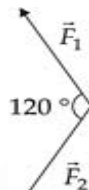
Vetor Resultante (\vec{R}): origem do 1º e extremidade do último.

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM:

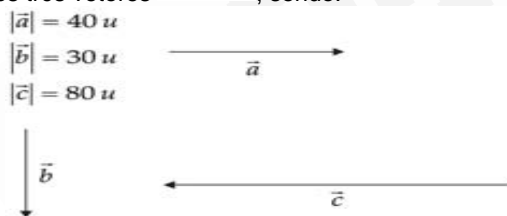
01. Aplicando o método do polígono, determine o vetor resultante no ponto C.



02. Obter, pelo método do polígono, a resultante das forças $F_1 = F_2 = 100\text{ N}$



03. Dados três vetores \vec{a} , \vec{b} e \vec{c} , sendo:



determine o vetor resultante:

$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

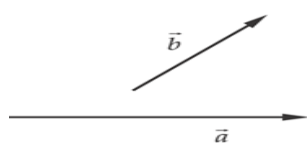
04. Dado o vetor \vec{a} , representar os vetores: \vec{a}

- a) $\vec{x} = 2 \cdot \vec{a}$
- b) $\vec{y} = -3 \cdot \vec{a}$

Adição Vetorial (Método do Paralelogramo)

Este método é utilizado para obter o vetor resultante de dois vetores.

Sejam os vetores

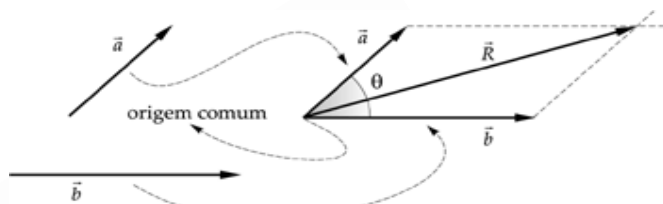


Para a determinação do vetor $\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$ procedemos da seguinte maneira:

- Traçamos os vetores \vec{a} e \vec{b} com as origens coincidindo no mesmo ponto, mantendo seus módulos, direções e sentidos.
- Pela extremidade de \vec{a} , traçamos uma reta paralela a \vec{b} e pela extremidade de \vec{b} , uma reta paralela a \vec{a} .
- O vetor resultante \vec{R} será obtido unindo a origem dos dois vetores \vec{a} e \vec{b} com o encontro das paralelas.
- O vetor \vec{R} terá origem na origem dos vetores e extremidade no encontro das paralelas.
- O módulo do vetor \vec{R} será calculado pela expressão abaixo, obtida a partir da lei dos cossenos.

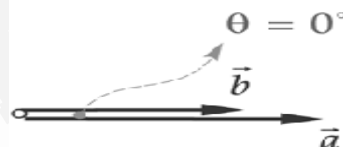
$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\theta}$$

onde θ é o ângulo formado pelos vetores \vec{a} e \vec{b} e $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$.



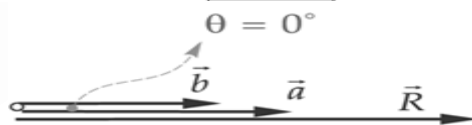
Vejamos alguns casos particulares:

a) \vec{a} e \vec{b} têm mesmo sentido

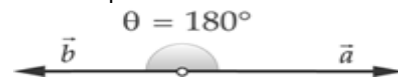


$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\theta} = \sqrt{a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2}$$

$$R = \sqrt{(a+b)^2} \Rightarrow \boxed{R = a+b}$$

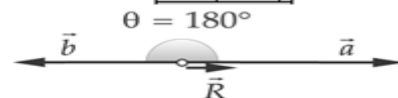


b) \vec{a} e \vec{b} têm sentidos opostos



$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos 180^\circ} = \sqrt{a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2}$$

$$R = \sqrt{(a-b)^2} \Rightarrow \boxed{R = |a-b|}$$



Obs: o vetor resultante terá o mesmo sentido do vetor de maior módulo (no caso o vetor \vec{a}).

c) \vec{a} e \vec{b} são ortogonais



