

LOGARÍTMOS E EQUAÇÕES EXPONENCIAIS

$$\log_b N = x \Rightarrow b^x = N$$

Condição de existência do logaritmo

$$N > 0 \text{ e } 0 < b \neq 1$$

Conseqüências da definição

a) $\log_b 1 = 0$

b) $\log_b b = 1$

c) $b^{\log_b a} = a$

d) $\log_b N = \log_b x \Rightarrow N = x$

PROPRIEDADES DOS LOGARÍTMOS

1) $\log_b (a \cdot c) = \log_b a + \log_b c$

2) $\log_b \left(\frac{a}{c} \right) = \log_b a - \log_b c$

3) $\log_b a^\alpha = \alpha \cdot \log_b a$

4) $\log_b \sqrt[n]{a} = \frac{\log_b a}{n}$

MUDANÇA DE BASE

$$\log_b N = \frac{\log_a N}{\log_a b}$$

PRESTE ATENÇÃO NO EXEMPLO:

- Mudar para a base 2 o logaritmo: $\log_{16} 4$

$$\log_{16} 4 = \frac{\log_2 4}{\log_2 16} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

- Resolver a equação: $\log_4 X + \log_2 X = 9$

MUDANDO PARA BASE 2:

$$\log_4 X = \frac{\log_2 X}{\log_2 4} = \frac{\log_2 X}{2}$$

Assim:

$$\log_4 X + \log_2 X = 9$$

$$\frac{\log_2 X}{2} + \log_2 X = 9$$

$$\log_2 X + 2 \cdot \log_2 X = 18$$

$$3 \cdot \log_2 X = 18$$

$$X = 64$$

INEQUAÇÕES LOGARÍTMICAS

1) para base $b > 1$, temos

$$\log_b a > \log_b c \Rightarrow a > c$$

2) para base $b > 0$ e $b < 1$, temos.

$$\log_b a > \log_b c \Rightarrow a < c$$

LOGARÍTMOS DECIMAIS

A parte inteira do logaritmo decimal chama-se característica e a parte decimal, mantissa.

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO:

01. Sabendo que $\log_a 12 = \log_a x + 3$, calcule x:

Usando a propriedade de logaritmos, teremos:

$$X + 3 = 12$$

$$X = 12 - 3$$

$$X = 9$$

02. Determine o logaritmo de $\sqrt{8}$ na base 2:

Solução:

$$\log_2 \sqrt{8} = \log_2 \sqrt{2^3} = \log_2 2^{3/2} = 3/2$$

03. Resolva a equação $\log_2 3x - 2 = 3$

Solução:

$$\log_2 3x - 2 = 3 \Rightarrow 3x - 2 = 2^3 \Rightarrow 3x - 2 = 8 \Rightarrow 3x = 10 \Rightarrow x = 10/3$$

04. Calcule $\log_a 9 = 2$

Solução:

$$\log_a^{9=2}$$

$$a^2 = 9$$

$$a = \pm 3$$

Note que $a = -3$ também é solução de $a^2 = 9$, mas como a base tem que ser sempre positiva, só serve o valor $a = 3$ como resposta.

EXERCÍCIOS

01. Calcule, aplicando a definição de logaritmo:

- | | |
|--------------------------------------|--|
| a) $\log_9 \frac{1}{9}$ | h) $\log_{\frac{1}{4}} \sqrt[4]{8}$ |
| b) $\log_{25} 625$ | i) $\log_4 x = \frac{1}{2}$ |
| c) $\log_{0,01} 10$ | j) $\log_{\frac{1}{2}} x = -2$ |
| d) $\log_4 \frac{1}{2}$ | l) $\log_2 x = \frac{3}{2}$ |
| e) $\log_3 27$ | m) $\log_{\frac{1}{8}} x = -\frac{2}{3}$ |
| g) $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[7]{16}$ | |

02. Dê o valor de:

- | | |
|-------------------|-------------------------------------|
| a) $\log_4 4$ | c) $\log_{\frac{1}{7}} \frac{1}{7}$ |
| b) $\log_6 1$ | d) $\log_{0,2} 1$ |
| c) $\log_6 6^2$ | g) $3^{\log_3 27}$ |
| d) $5^{\log_5 7}$ | |

03. Resolva as equações:

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------|
| a) $\log_3 x = 4$ | e) $\log_{0,2} x = 6$ |
| b) $\log_{\frac{1}{3}} x = -2$ | d) $\log_3 \frac{x+3}{x-1} = 1$ |

04. Sendo $\log_b a = 4$ e $\log_b c = 1$, encontre o valor de:

- | | |
|--------------------|--------------------------------------|
| a) $\log_b (ac)$ | c) $\log_b \left(\frac{a}{c}\right)$ |
| b) $\log_b (ac)^2$ | d) $\log_b (\sqrt{a \cdot c})$ |

05. Determine o conjunto solução das equações:

- a) $\log_2(x+3) + \log_2(x-4) = 3$
- b) $\log_2(x^2 + 2x - 7) - 4\log_2(x-1) = 2$

06. Sendo $\log 2 = 0,3$, $\log 3 = 0,4$ e $\log 5 = 0,7$, calcule:

- | | |
|--------------|-------------|
| a) $\log 50$ | c) $\log 2$ |
| b) $\log 45$ | d) $\log 3$ |

07. Calcular, pela definição:

- a) $\log_4 16$
- b) $\log_{27} 81$
- c) $\log_{\sqrt[3]{5}} \sqrt[4]{5}$
- d) $\log_{0,01} 0,0001$

08. Calcular o valor de s em:

$$s = \log_4(\log_3 9) + \log_2(\log_{81} 3) + \log_{0,8}(\log_{16} 32)$$

Resolução